

и что пифагорейцы изучали некоторые особенные целые числа, как, например, дружественные числа (т. е. такие числа, из которых одно равно сумме множителей\* другого) или совершенные числа, равные сумме своих собственных множителей ( $6 = 1 + 2 + 3$ ). Наконец, Пифагор будто бы установил отношения между геометрией и арифметикой или музыкой.

Мы рассмотрим подробнее некоторые из этих вопросов и их значение для судеб греческой математики, но прежде всего мы выясним связь их, чтобы показать согласие между данными, опирающимися на весьма различные источники.

Прежде всего отметим попытку выяснить содержание понятий *точка*, *линия* и т. д. Укажем далее, что уже тогда обладали понятием *угла* и применяли его как к делению плоскости, так и к исследованию того, какие возможны правильные многогранники. Разумеется, потребовалось немало труда, чтобы притти также к точному определению и построению додекаэдра и икосаэдра, как они даны у Эвклида, но первый шаг в этом направлении, построение правильного пятиугольника, был сделан, и это явно переполняло гордостью сердца сделавших его.

В случае построения стороны пятиугольника или десятиугольника мы имеем уже пример геометрического решения уравнения второй степени, решения, дважды повторяющегося у Эвклида. Что пифагорейцы не ограничились одним этим случаем, это видно не только из сообщения о приложении площадей, но еще из упоминания в частности *пифагоровой теоремы*, столь важной, как мы увидим, для исследований этого рода, а также и одного не менее важного, придуманного *ad hoc*, построения. Прибавим к этому, что уравнения второй степени дали повод к открытию *несоизмеримых* величин, а числовые уравнения — к открытию иррациональных величин (под иррациональными величинами мы понимаем всегда величины несоизмеримые с употребляемой единицей).

Возможно, что пифагорейские изыскания в области теории чисел являлись частично продолжением мистических выкладок вавилонян; но наряду с этим им удалось добиться составления квадратных уравнений, свободных от иррациональных корней.

В исследованиях общего порядка нельзя избежать иррациональных величин; благодаря этому прежние математические методы оказались не вполне надежными, и большой заслугой пифагорейцев является то, что они заметили это.

С пропорциями тогда были уже хорошо знакомы, и, вероятно, уже с ранних пор ими пользовались в том или ином виде. Но до Эвдокса речь могла идти лишь о равенстве отношений между целыми числами или о равенстве этих отношений отношениям между геометрическими величинами, которые, следовательно, должны были быть соизмеримыми; в ходу были простые арифметические действия, как, например, умножение; по примеру египтян знали,

\* За исключением самого этого числа.